第4卷 第15期
2011年 8 月

highlights.paper.edu.cn
中国科技论文在线精品论文
Highlights of Sciencepaper Online

Vol.4 NO.15
August 2011

物理稳定性的状态模式

赵 峰

（南阳仲水环保技术应用中心，河南南阳 473000）

摘要：根据系统的物理状态方程，采用数学物理的分析方法，得出满足物理状态稳定的条件是状态变量为零，进一步分析在系统连续输入状态、系统输入停止状态、系统叠加状态下实现物理稳定性的条件。这种用数学模型表达、通过控制边界条件研究物理稳定性的方法，为动力稳定性、非线性物理、系统控制等方面的研究提供了新思路。

关键词：数学物理；状态稳定；衡敛；边界条件；状态变量

中图分类号：O411.1 **文献标识码**：A **文章编号**：1674-2850(2011)08-1376-6

State model of physical stability

ZHAO Feng

(*Nanyang Zhongshui Environmental Technology Application Center*, *Nanyang*, *Henan* 473000, *China*)

Abstract: Based on the physical state equations of the system, analytical methods of mathematical physics were used to obtain the condition that meets physical state stability is the state variable is zero. Further analyzed the conditions to achieve physical stability under the continuous input state of the system, input stop state of the system, superposition state of the system. This method which uses mathematical model to express and studies physical stability through the control of the boundary conditions provides a new idea for the study of dynamic stability, nonlinear physics, and other aspects of system control.

Key words: mathematical physics; state stability; constant convergence; boundary conditions; state variables

0 引言

稳定性问题起源于力学系统，俄国数学力学家李雅普诺夫[1]给出运动稳定性的数学定义，并提出了解决稳定性问题的一般方法，奠定了现代稳定性理论基础。稳定性理论经过一个多世纪的发展，已经在现代很多学科领域得到广泛应用。但是，在动力稳定性的理论分析方面，特别是动力稳定性判别准则问题上至今未能形成一致的看法，人们提出各自不同的研究方法，可以说动力稳定性理论近十几年来一直处于一种停滞不前的状态[2]。从我国学者对稳定性问题的研究情况看[3~6]，稳定性理论的研究一般都是用数学分析的方式围绕着运动稳定性、动力稳定性等力学特性展开的。考虑到运动及动力学是物质及状态本身的受力问题，物体自身才是稳定的中心，文章从物质的物理状态角度分析稳定性，根据系统状态具有衡敛性的属性[7]，通过系统物理状态的衡敛方程的推导，建立物理稳定性的模式。

1 原理和方法

1.1 原理

力的物理定义是物体之间的相互作用，这种作用围绕着“物体”进行，物体在力的作用下产生运动，这里所述的运动是物体的外在状态表现，无论这种运动是否稳定，在现实的宏观表现中，只要物

作者简介：赵峰（1970—），男，工程师，主要研究方向：系统科学、环境科学. E-mail：ing-water@163.com

体自身的结构不发生破坏或改变，所观测到的物体自身仍保持宏观的稳定。现实中，只要物体结构不发生变化，物体一般都保持一定的物质状态，这种状态就是一种宏观约束性的稳定，运动是在一定作用条件下，对物质物理稳定状态的一种扰动，基于这样的逻辑认识，物体的物理稳定性是一种基本的稳定模式，因此，这里把对稳定性的研究从对力学系统稳定性的研究转换为对物质物理状态稳定性的研究。

从数学角度来看，稳定性问题是个收敛性的问题，在具有衰减性的开放系统中，系统状态有衡敛的属性，可建立相应的衡敛方程[7]。物质系统是存在物质能量交换的系统，宏观是微观的集合，从微观单体元素的衰减性看，物质系统在宏观上也具有状态衰减的特点，因此，物质的物理状态同样适用开放系统状态的衡敛模式，通过物质状态的衡敛模式进行物质的物理稳定性分析。

1.2 方法

针对物理稳定性的研究采取数学物理的方法，通过系统衡敛方程模式展开对物质系统的物理稳定性定义和分析。

1.2.1 假设

1）物质的物理状态是对有边界条件开放系统作用了某一输入的输出结果；

2）物质的物理状态是物质经过时间过程累积得出的状态结果，具有衰减性。

1.2.2 物理概念的定义

物理收敛与物理散失：

物质的物理状态由于衰变而失去的物理成分为状态的物理散失，在衰变过程中累积稳定下来的成分为状态的物理收敛；物质的综合物理状态包含了物理收敛和物理散失。

设在物质衰变过程中，把相对而言难衰减、散失速率慢、单位时间可累积的物质量 M_0^+ 作为物理收敛量，在一定的约束性条件下，由于物理收敛量在较长跨度时间中保持相对恒定，因此可以近似地把物理收敛量 M_0^+ 当作常数量来对待。把单位时间衰变散失的物质量 M_0^- 作为物理散失量。

输入总量：

由于物质的物理状态是物质经过时间过程累积得出的状态结果，因此是一个状态叠加的和函数，用 S 表示，而物质状态的存在是有条件的，即存在边界条件的约束，把这种约束用一个闭合的圆圈○来表示，那么，把和函数 S 与表示边界条件约束的闭合圆圈○结合起来表示物质形成过程中的输入总量，即用符号Ⓢ表示。

物质的物理状态是对有边界条件开放系统作用了某一输入的输出结果，那么输入总量为

$$\circledS_t = S_t + S'_t, \tag{1}$$

其中，$\circledS_t$ 为向物质系统连续输入 t 单位时间的总量；S_t 为经过 t 单位时间，物质的物理累积量；S'_t 为经过 t 单位时间，物质的物理散失量。

1.2.3 适用的状态方程

物质的物理状态是物质经过时间过程累积得出的状态结果，具有衰减性，适用于开放系统状态的收敛表达式，物理状态适用的衡敛方程式[7]为

$$S_t = F_b :^{[1]} (t \cdot M_0^+ + \alpha \cdot O), \tag{2}$$

其中，t 为物质输入的时间；M_0^+ 为单位时间输入物质的物理收敛量；O 为对应物质系统的物理状态衡敛值；α 为衡敛系数，且 $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$；$F_b$ 为系统的边界条件干扰作用。

对于物质的物理稳定状态分析是针对基本物理状态展开的，基本物理状态不考虑边界条件的干扰，即 $F_b=1$，故物质的物理稳定性分析的基本状态衡敛方程为

[1] ：表示系统受干扰时 F_b 对应于系统基本状态模式的作用，在衡敛方程中与 F_b 一起出现。

$$S_t = t \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O, \tag{3}$$

其中，α_t 为 t 时对应的衡敛系数。

2 物理稳定性的定义

物理状态稳定表示物体的物理状态没有发生改变，物理量没有增加也没有减少，物理变量为零，而物质具有衰减性，那么表示这种物理变量为零的状态是相对的。

在有界条件下（约束性条件下），从通俗的意义上看，当物质处于稳定状态，则表示物质约束性的物理状态累积量的变量为零，即物质物理状态的量在输入或输出情况下增量或减量为零，物体的状态具有相对稳定性，即

$$\mathrm{d}s = S_t - S_{t-1} = 0, \tag{4}$$

其中，$\mathrm{d}s$ 为物体的物理累积量变量。将式（2）代入式（4），即

$$\begin{aligned}\mathrm{d}s &= t \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O - (t-1) \cdot M_0^+ - \alpha_{t-1} \cdot O \\ &= M_0^+ + \alpha_t \cdot O - \alpha_{t-1} \cdot O \\ &= M_0^+ + (\alpha_t - \alpha_{t-1}) \cdot O.\end{aligned} \tag{5}$$

根据以上从物理状态的角度对稳定性的定义，当物质的物理状态累积量变量为零时，物质的物理状态为稳定，即物理稳定时，$\mathrm{d}s=0$.

那么，物理状态稳定时的方程式为

$$M_0^+ + (\alpha_t - \alpha_{t-1}) \cdot O = 0. \tag{6}$$

3 物理稳定性分析

根据以上对于物理稳定性的定义，可从物理稳定表达式和状态零变量展开物理稳定性的分析，得到在系统物质输入情况下的零增量模式、输入停止情况下零减量模式的物理稳定性模型以及系统状态零变量叠加情况下的物理稳定性。

3.1 系统连续输入零增量模式的物理稳定性分析

物理稳定一般表达式（6）是在连续输入的理想情况下得到的模式。由式（6）得

$$M_0^+ = (\alpha_{t-1} - \alpha_t) \cdot O. \tag{7}$$

衡敛系数 α 的范围为 $0 \leqslant \alpha \leqslant 1$，随时间 t 单调上升，且最大值为 1，那么

$$\alpha_{t-1} - \alpha_t < 0.$$

M_0^+ 与衡敛值 O 代表一种存在，均不可能小于零，因此，式（7）不成立。

那么若要式（6）成立，则须同时满足：

$$M_0^+ = 0; \tag{8}$$

$$(\alpha_t - \alpha_{t-1}) \cdot O = 0. \tag{9}$$

$M_0^+ = 0$ 意味着物质系统属于理想散失的状态，物质状态由状态衡敛值 O 实现和维持。若 $(\alpha_t - \alpha_{t-1}) \cdot O = 0$，即 $\alpha_t = \alpha_{t-1}$. 在 $M_0^+ = 0$ 情况下，由于当处于完全的饱和衡敛值的情况下，才存在 $\alpha_t = \alpha_{t-1}$，即

$$\alpha_t = \alpha_{t-1} = 1. \tag{10}$$

把式（8）、式（10）代入式（3），得

$$S_t = O. \tag{11}$$

由此得到：在 $M_0^+ = 0$ 的理想情况下，当物质输入时间 t 不小于系统衡敛时间，物质的物理累积量恒等于物质状态的衡敛值时，物质处于物理稳定的状态。

3.2 输入停止零减量模式的物理稳定性分析

式（11）代表了连续输入时，在 $M_0^+ = 0$ 情况下的物理稳定性。若在 $M_0^+ \neq 0$ 时分析稳定性，根据式（4）得到：当物理累积量变量为零时，物质也处于物理稳定的状态。因此，由式（4）可知：若 $ds = S_t - S_{t-1} = 0$ 成立，则具有稳定性，须满足

$$S_t = S_{t-1}. \tag{12}$$

将式（3）代入式（12），得

$$t \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O = (t-1) \cdot M_0^+ + \alpha_{t-1} \cdot O. \tag{13}$$

在连续输入的情况下，式（13）等同于式（7），可见式（7）不成立。

由式（13）得

$$t \cdot M_0^+ - (t-1) \cdot M_0^+ = \alpha_{t-1} \cdot O - \alpha_t \cdot O. \tag{14}$$

分析式（14），其成立的条件是

$$t \cdot M_0^+ - (t-1) \cdot M_0^+ = \alpha_{t-1} \cdot O - \alpha_t \cdot O = 0. \tag{15}$$

由式（15）得到，在以下条件下，式（14）成立：

$$\alpha_t \cdot O = \alpha_{t-1} \cdot O, \tag{16}$$

$$t \cdot M_0^+ = (t-1) \cdot M_0^+. \tag{17}$$

分析式（16），只有在极限状态下，式（16）才成立，即只有在 $\alpha_t = \alpha_{t-1} = 1$ 或者 $\alpha_t = \alpha_{t-1} = 0$ 时，才存在极限状态，式（16）才成立。

而当 $\alpha_t = \alpha_{t-1} = 1$ 时，为连续输入。从数学的角度，在连续输入且 $M_0^+ \neq 0$ 情况下，式（17）不成立，式（14）也不成立。因此，若要在 $M_0^+ \neq 0$ 情况下，满足 $ds = S_t - S_{t-1} = 0$ 成立的条件就要从非连续情况下考虑。

$\alpha_t = \alpha_{t-1} = 0$ 存在于衡敛值为零或者 $M_0^- = 0$ 的情况下。

式（3）中，若系统在 t' 时停止输入，$M_0^+ \neq 0$，$t \geqslant t'$，则

$$S_t = t' \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O, \tag{18}$$

其中，t' 为系统停止输入的时间。

$$S_t' = t' \cdot M_0^+ + \alpha_t' \cdot O, \tag{19}$$

当 $t' < t-1$，且 $\alpha_{t-1} \cdot O = 0$ 时，则

$$S_t = t' \cdot M_0^+,$$

$$S_{t-1} = t' \cdot M_0^+,$$

$$S_t = S_{t-1} = t' \cdot M_0^+. \tag{20}$$

$ds = S_t - S_{t-1} = 0$，稳定性成立。

设

$$S_m = t' \cdot M_0^+, \tag{21}$$

其中，S_m 为至输入时间 t' 时的难衰减累积量。($S_{t+1}-S_t$) 与(S_t-S_{t-1}) 均可用来表达状态变量。

那么，在非连续输入情况下，满足 $\alpha_t \cdot O=0$ 时，物理稳定的模式为

$$S_t = S_{t+1} = S_m. \tag{22}$$

此时，式（12）～式（14）均成立，即 $ds=0$，物理状态处于稳定状态。由于物质或元素具有衰变性，因此，式（22）只是属于理论的理想状态。这里的 $t+1$ 表示为物理稳定性的时间范围。

由此得到：物质系统在非连续输入情况下，当物质系统停止输入，且在满足衡敛系数或衡敛值为零的状况下，物质具有物理稳定性。

3.3 叠加状态下的物理稳定性

状态衡敛方程是建立在收敛级数的基础上，服从收敛级数的性质，因此，2 个衡敛系统能够进行叠加。

当一个满足物理稳定性的连续输入系统 1 与另外一个满足物理稳定性且输入过程停止的系统 2 叠加时，$ds=ds_1+ds_2$，因 $ds_1=0$，$ds_2=0$，故 $ds=0$，构成叠加状态的叠加系统物理稳定性也成立。

同理，满足物理稳定性成立的系统叠加时，构成叠加状态的叠加系统物理稳定性也成立。

4 结果

根据物质的物理状态衡敛方程分析，得出在一定条件下：

根据 $S_t = t \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O$ 的状态模式，当 $ds = 0$ 时，物体保持物理状态的稳定。

条件 1：在连续输入情况下，当 $M_0^+ = 0$，$S_t = O$ 时，$ds = 0$，物理稳定性成立；

条件 2：在连续输入过程停止的情况下，当 $\alpha_t \cdot O = 0$，且 $S_t = S_{t+1} = S_m$ 时，$ds = 0$，物理稳定性成立。

满足物理稳定性成立的系统叠加，叠加系统的状态变量 $ds=0$，所构成叠加状态的叠加系统物理稳定性也成立。

5 讨论

文中的物理稳定性是从基本态的衡敛方程中导出的，当系统输入或边界条件改变时，物理状态受到干扰影响，稳定性受到扰动或破坏，系统输入及边界条件是影响稳定性的因素。

在一定条件下，某一系统的物理稳定性成立，设该稳定系统为 S_0.

对于稳定系统 S_0，当系统边界条件一定，系统输入变化，或系统输入一定，某一边界条件变化时，则产生一个状态变量，若把该状态变量系统设为变量系统 S_b，那么，系统输入或边界条件变化而形成的系统状态 S 相当于原有稳定系统 S_0 与状态变量系统 S_b 的叠加系统，即 $S=S_0+S_b$.

叠加系统 S 由原有稳定系统 S_0 及状态变量系统 S_b 构成，因 S_0 是满足物理稳定性的稳定系统，所以，叠加系统 S 的稳定性由变量系统 S_b 的稳定性决定。

变量系统 S_b 的状态变化引发叠加系统 S 的状态变化，当变量系统 S_b 的物理稳定性成立，则叠加系统 S 的物理稳定性成立。

系统输入及边界条件是影响系统状态的因素，根据衡敛系统的状态方程，系统状态的变化具有非线性的过程，因此，通过对物理稳定性的研究，有助于动力稳定性、非线性物理、系统控制等领域的研究。

6 结论

根据开放系统具有衡敛性的属性，用数学物理的方式，从物理状态的角度得出物理稳定性的表达模式和成立条件，得出了以下结论。

1）根据系统（物质）的物理状态表达式 $S_t = t \cdot M_0^+ + \alpha_t \cdot O$，物理稳定性是指在一定边界条件下，当系统（物质）的物理累积量变量为零，即 ds=0 时，系统（物质）的物理状态稳定。

在以下的基本条件下，物体的物理稳定性成立。

① 在连续输入条件下，当 $M_0^+ = 0$，$S_t = O$ 时，d$s = 0$，物体的物理稳定性成立；

② 在输入过程停止的条件下，当 $\alpha_t \cdot O = 0$，且 $S_t = S_{t+1} = S_m$ 时，d$s = 0$，物体的物理稳定性成立。

2）当满足物理稳定性成立的系统叠加，叠加系统的状态变量 ds=0，所构成叠加状态的叠加系统物理稳定性也成立。

3）系统输入及边界条件是影响系统稳定性的因素，由稳定系统 S_0 及状态变量系统 S_b 构成叠加系统 S 的稳定性由变量系统 S_b 的稳定性决定。

变量系统 S_b 的状态变化引发叠加系统 S 的状态变化，当变量系统 S_b 的物理稳定性成立，则叠加系统 S 的物理稳定性成立。

4）在衡敛系统中，对系统输入、边界条件及物理稳定性的研究，是研究动力稳定性、非线性物理、系统控制等领域的新思路。

[参考文献] (References)

[1] 秦元勋. 运动稳定性的一般问题讲义[M]. 北京：科学出版社，1958.
QIN Y X. General problem of motion stability[M]. Beijing：Science Press，1958.（in Chinese）

[2] 何金龙，法永生. 结构动力稳定性的分析方法与进展[J]. 四川建筑，2007，27（2）：155-157.
HE J L，FA Y S. Analysis method and progress of structural dynamic stability[J]. Sichuan Building，2007，27(2)：155-157.（in Chinese）

[3] 廖晓昕. 稳定性的数学理论及应用（2 版）[M]. 武汉：华中师范大学出版社，2001.
LIAO X X. Stability of the mathematical theory and application（2nd Edition）[M]. Wuhan：Huazhong Normal University Press，2001.（in Chinese）

[4] 黄琳. 稳定性理论[M]. 北京：北京大学出版社，1992.
HUANG L. Stability theory[M]. Beijing：Peking University Press，1992.（in Chinese）

[5] 王照林. 运动稳定性及其应用[M]. 北京：高等教育出版社，1992.
WANG Z L. Stability of motion and its applications[M]. Beijing：Higher Education Press，1992.（in Chinese）

[6] 高为炳. 运动稳定性基础[M]. 北京：高等教育出版社，1987.
GAO W B. The basis of stability of motion[M]. Beijing：Higher Education Press，1987.（in Chinese）

[7] 赵峰. 开放系统状态的收敛表达式[J]. 软件，2011，32（4）：79-83.
ZHAO F. The convergence expression model of the open system state[J]. Software，2011，32(4)：79-83.（in Chinese）