衰减湮灭的状态方程及状态控制

赵峰

[1]（南阳仲水环保技术应用中心　南阳市　473000）

关键词　根据衡敛状态方程，系统输入或边界条件的变化能够影响系统状态，对于系统状态出现的衰减湮灭，推导了系统衰减湮灭的状态方程、衰灭平衡方程。得出，当系统状态发生衰减湮灭，系统状态值、系统输入值、边界条件之间相互作用，改变系统的输入或边界条件能够恢复系统。应用系统衰灭状态方程及衰灭平衡方程，对系统状态变化进行分析，是研究系统状态演变，系统控制，状态时滞、预防系统性衰减的方法。

关键词　系统科学；衡敛系统；衰灭方程；平衡方程；状态控制；时滞；系统性衰减；

中图分类号　O411.1；　N94-0　　　　文献标识码　A

Decay and annihilation of the equation of state and state control

(*Nanyang Zhongshui Environmental Technology Application Center, HeNan NanYang 473000*)

【Abstract】 According to the constant convergence equation of state, System input or changes in boundary conditions can affect the system state, For system status annihilation decay occurs, Derived annihilation decay equation of the state of system, Annihilation decay balance equation. Obtained, Annihilation decay occurs when the system state, System state values, the system input value, the boundary conditions interaction, Change the system of enter or boundary conditions can recover the system. Application of Annihilation decay equation and balance equations, Analysis of changes in the system state, Is a method to study the evolution of the system state, System control, State delay, Systematic decay prevention.

【Key words】system science; constant convergence system; Annihilation decay equation; balance equation; state control; time lag; systematic decay;

0　引言

系统的状态过程既有生成也有湮灭，在一定条件下，系统可以通过输入-输出生成，另一方面，在某些条件下，系统的状态则会发生变化，出现衰减湮灭。状态变化是自然界中普遍的现象，状态变化是系统原有稳定性的破坏，在稳定性研究方面，李雅普诺夫[1]的稳定性理论侧重从数学分析角度的运动稳定性，衡敛系统[2] [3] [4]的稳定性理论是基于系统状态的物理稳定性[5]，充分的衡敛系统具有输入-输出平衡的稳定性。用衡敛方程可表达衡敛系统的物理生成，反之，用衡敛状态方程也可以分析状态的物理衰减湮灭。耗散结构理论[6]表明开放系统对外进行着物理散失，而衡敛系统就是基于系统衰减的收敛系统，系统的衰减表现为系统内部状态对外部环境的物理散失，其中系统的输入及边界条件是影响系统衰减性及状态输出的因素，因此，文中根据衡敛系统状态方程进行分析，得出衡敛系统在输入或边界条件变化情况下，物理状态衰减湮灭的状态方程，并进一步讨论了物理状态衰减湮灭方程的应用。

1　方法

采用数学物理的方法，引用衡敛状态方程，建立单一因素的系统输入、边界条件变化引起物理状态衰减的湮灭方程，在方程基础上研究衰灭系统的控制及恢复。

1.1　衡敛状态方程

引用开放系统的收敛表达式，在一定边界条件下，一般的基本态衡敛方程：

$$S_t = t \cdot M_0^+ + \alpha \cdot O \qquad (1)$$

式（1）中：

S_t —— 状态值（量），系统状态经过 t 时后未衰减的状态值（量）；

t —— 系统状态的衰减时间；

M_0^+ —— 单位时间输入系统的成分中难衰减的值（量）；

O —— 系统的状态衡敛值；

α —— 衡敛系数，系统状态中可衰减值与衡敛值的比值，$1 \geqslant \alpha \geqslant 0$；

一定条件下在系统的基本态，当系统由充分衰减的可衰减物质构成时，衡敛状态方程为：

$$S_t = \alpha \cdot O \qquad (2)$$

在系统完全衡敛时，$\alpha=1$，系统状态处于稳定的平衡状态，状态方程为：

$$S_t = O \tag{3}$$

1.2 有关概念

物理状态的衰减湮灭是指由于输入或边界条件的变化，使系统的物理状态值的减少或完全衰减为零的过程，衰减湮灭可简称为衰灭；衰灭初状态是指开始系统的输入减少或边界条件变化引起系统状态衰减湮灭的起始状态，衰灭初值用S_0表示；衰灭终状态是指系统的状态经过衰减湮灭后表现的新状态，衰灭终值用$S^{/}$表示；衰灭时间是指系统状态由S_0衰减湮灭到$S^{/}$所用的时间，用 T 表示。

2 系统衰减湮灭状态方程

2.1 衡敛状态的输入-输出平衡方程

当系统的衡敛系数$\alpha=1$，系统的衡敛值为常数值O，此时，衡敛系统中可衰减成分处于输入-输出平衡的状态，系统在单位时间的输出值是系统中可衰减成分在单位时间的衰减量，在单位时间输入量一定的情况下，单位时间输入的可衰减成分量等于系统的单位时间输出量，系统可衰减成分的输入-输出平衡就是单位时间输入系统的可衰减量等于系统中可衰减成分在单位时间的衰减量。

设单位时间输入系统的可衰减量为M_0^-，单位时间系统中可衰减成分的衰减速率为v，那么系统中可衰减成分输入-输出的平衡方程为：

$$M_0^- = O \cdot v \tag{4}$$

2.2 系统状态变化的影响因素

系统输入量的改变和边界条件的变化能够引起系统状态的变化。

根据衡敛状态的平衡方程式（4），在一定条件下，系统的衰减速率v不变，当系统的单位时间输入量减小，系统单位时间输入的可衰减成分M_0^-减小，单位时间系统衰减量$O \cdot v$减小，系统状态衡敛值O减小，系统的状态衰减。

当系统单位时间输入量减小至零，$M_0^-=0$，则：$O \cdot v = 0$，$O=0$。

因此，当系统输入的停止则表现为系统的状态湮灭。

边界条件变化的干扰指在一定输入条件下，边界条件的量变对物理状态的影响。当系统的边界条件发生变化，系统的衰减速率v改变。

由式（4），$M_0^- = O \cdot v$，在系统单位时间的输入量M_0^-不变的情况下，当系统的衰减速率v增大，则系统衡敛值O减小，当系统的衰减速率v减小，则系统衡敛值O增大。

当系统边界条件变化，系统的衰减速率v增大时，系统的衡敛值O减小，系统的状态值减小，系统发生衰减。

由此得出，当系统单位时间的输入量减小或停止，则系统状态值减小，系统状态发生衰减湮灭；当边界条件变化，系统衰减速率增大，则系统衡敛值减小，系统状态发生衰减。

2.3 系统状态衰灭方程和状态平衡方程

2.3.1 物理状态的衰灭初值

开始发生物理状态衰减湮灭的时间点，一种时间是发生在系统衡敛值形成的过程中，一种时间是发生在衡敛值已经形成的稳定衡敛值时期。

设S_0为衰减初值，无论系统物理状态衰灭的时间发生在哪个阶段，衰灭初值S_0都等于该时间点状态值S_t，也就是系统物理状态开始衰灭时的初始值，那么，物理衰灭初始输入相当于系统进行单批次输入情况下的状态模式，物理衰灭就是单批次系统输入情况下的系统衰减。

$$S_0 = S_t \tag{5}$$

把式（1）代入式（5）中，则系统状态的物理衰灭初值S_0：

$$S_0 = t \cdot M_0^+ + \alpha \cdot O \tag{6}$$

设衰减初值时的衡敛值为O_0，即衰减初值时$O_0 = \alpha \cdot O$

$$S_0 = t \cdot M_0^+ + O_0 \tag{7}$$

2.3.2 系统输入减小或停止情况下的状态衰灭方程

系统中可衰减成分在单位时间的衰减速率为v，在 n 个单位时间中，可衰减成分衰减速率的和表示可衰减成分的衰减程度，设可衰减成分在 n 单位时间的衰减程度为Sv_n，即：

$$Sv_n = v_1 + v_2 + \cdots\cdots + v_n \tag{8}$$

系统状态物理衰灭终值$S^{/}$是S_0经过衰减后保持的系统状态，则在输入停止情况下：

$$S^{/} = t \cdot M_0^+ + O_0 \cdot (1 - Sv_n) \tag{9}$$

在持续输入但单位时间系统输入值减小的情况下，最初的单位时间系统输入为M_0，单位时间减少输入M_1，减小单位时间输入M_1之后的单位时间输入值为M_2。即：$M_0 = M_1 + M_2$

对系统分解，将系统S_t分解为由减小输入M_1构成的子系

统S_1和由减少输入后的M_2构成的子系统S_2，M_1^+是单位时间输入S_1子系统的难衰减成分，O_1是子系统S_1对应的衡敛值，a_1是O_1的衡敛系数，此时，$O_0=\alpha_1 \cdot O_1$；M_2^+是单位时间输入子系统S_2的难衰减成分，O_2是子系统S_2对应的衡敛值，a_2是O_2的衡敛系数。则：

$$S_t = S_1 + S_2 \tag{10}$$

$$S_t = t \cdot M_1^+ + O_0 + t \cdot M_2^+ + \alpha_2 \cdot O_2 \tag{11}$$

因$M_0^+ = M_1^+ + M_2^+$，则：

$$S_t = t \cdot M_0^+ + O_0 + \alpha_2 \cdot O_2 \tag{12}$$

在一定边界条件，系统输入减小的情况下，发生衰灭的子系统S_1的衰减终值$S_1^/$：

$$S_1^/ = t \cdot M_1^+ + O_0 \cdot (1 - Sv_n) \tag{13}$$

那么，在系统状态物理衰灭 n 时的衰灭终值$S_n^/$为：

$$S_n^/ = S_1^/ + S_2$$

$$S_n^/ = t \cdot M_1^+ + O_0 \cdot (1 - Sv_n) + M_2^+(t+n) + \alpha_2 \cdot O_2 \tag{14}$$

因$M_0^+ = M_1^+ + M_2^+$，则：

$$S_n^/ = t \cdot M_0^+ + n \cdot M_2^+ + O_0 \cdot (1 - Sv_n) + \alpha_2 \cdot O_2 \tag{15}$$

2.4　边界条件变化的初态-终态衰灭平衡方程

在一定输入条件下，不考虑边界条件变化对难衰减成分的影响，只考虑边界条件变化对系统衡敛值的影响。边界条件量变干扰对系统状态的影响，可能增大系统的衡敛状态值，也可能减小衡敛状态值，甚至使衡敛值湮灭。因此，在边界条件干扰的情况下，系统状态的物理衰灭终值$S^/$是一个可以小于也可以大于系统物理衰灭初值S_0的状态值。

在一定的输入条件下，当系统边界条件变化，系统的物理状态发生衰减湮灭，系统物理状态的衰灭初值是S_0，此时的衡敛值是O，单位时间系统中可衰减成分的衰减速率为v，系统的物理衰灭终值是$S^/$，衡敛值是$O^/$，单位时间系统中可衰减成分的衰减速率为$v^/$。

系统的单位时间输入量M_0恒定，则单位时间的可衰减量M_0^-恒定，当系统处于输入-输出的平衡状态时，系统单位时间的物理衰减量等于系统单位时间输入的可衰减成分M_0^-。

$$M_0^- = O^/ \cdot v^/ \tag{16}$$

把式（4）代入式（16），则衰灭初状态与衰灭终状态的状态平衡方程：

$$O \cdot v = O^/ \cdot v^/ \tag{17}$$

3　结果

在一定边界条件下，当系统的输入停止，则系统物理衰灭终值的状态方程为：

$$S^/ = t \cdot M_0^+ + \alpha \cdot O \cdot (1 - Sv_n)$$

在一定边界条件下，当单位时间系统输入减小，则系统物理衰灭终值的状态方程为：

$$S_n^/ = t \cdot M_0^+ + n \cdot M_2^+ + O_0 \cdot (1 - Sv_n) + \alpha_2 \cdot O_2$$

在单位时间系统输入恒定，难衰减成分不受边界条件变化影响的情况下，边界条件变化对系统衡敛值产生干扰，单位时间系统衰减初值与衰减终值的衰减量都等于单位时间输入系统的可衰减成分量。状态平衡方程为：$O \cdot v = O^/ \cdot v^/$

4　讨论

4.1　完全衡敛系统的衰灭方程

在一定边界条件，系统输入停止的情况下，当系统的输入成分都是可衰减成分，则M_0^+、为零，把M_0^+代入式（9），则在停止输入的情况下，物理衰灭终值的状态方程为：

$$S^/ = O_0 \cdot (1 - Sv_n) \tag{18}$$

在一定边界条件下，减小单位时间的系统输入，当系统的输入成分都是可衰减成分，M_1^+、M_2^+均为零，代入式（15），则在单位时间系统输入减小的连续输入情况下，物理衰灭终值的状态方程为：

$$S_n^/ = O_0 \cdot (1 - Sv_n) + \alpha_2 \cdot O_2 \tag{19}$$

4.2　状态时滞及时滞时间

在系统输入减小、停止或边界条件变化时，系统由初状态S_0衰灭到终状态$S^/$所经历的时间是系统的衰灭时间 T，衰灭终状态$S^/$滞后于状态的初始变化，因此，将这种系统物理衰灭终状态滞后于系统初始变化的过程称为状态时滞，衰灭时间 T 即是时滞时间。

状态时滞及时滞时间也适用于系统输入增加的情况，在非

连续情况下，系统的增量输入相当于单次输入，增量输入的停止是增量系统衰灭的过程，终状态滞后于增量输入的时间，也属于状态时滞，衰灭经历的时间 T 是时滞时间。

4.3　物理状态的控制及恢复

4.3.1　物理状态恢复的形式

当系统发生物理衰灭，改变系统输入或边界条件能够实现对系统状态的恢复。

在一定边界条件，对于因系统单位时间输入量减少而产生的系统衰减，可增大系统单位时间输入量，提高系统的衡敛值，则系统状态可恢复到原有状态。

在一定输入条件下，当系统的边界条件变化，系统状态的衰减速率变化，若没有产生对系统结构的破坏，可采取改变边界条件的措施，调节衰减速率，使系统恢复原有状态值。

系统有不同的边界条件，分别对系统的衰减速率产生影响，若边界条件引起系统衰减速率变化，恢复原有的边界条件或者改变其他边界条件，都可改变系统状态的衰减速率，恢复系统的状态值。通过改变其他边界条件的方式，系统状态值虽然不变，但构成条件变化。

当系统输入或边界条件发生持续性的改变，则系统的状态发生相应改变，并维持新的状态。

在系统发生衰灭时，对系统输入或边界条件的间断性改变，产生系统修复作用；对系统输入或边界条件进行持续性改变，对于系统则产生系统调整或系统改变的结果。

4.3.2　调节输入量的状态控制

在一定边界条件下，当系统输入变化引起系统状态变化，可以通过调节单位时间输入量的方式，调节系统状态，使系统恢复原有状态。

一定条件下，单位时间的系统输入量为 M_0，系统状态值 S_0，当系统单位时间的输入量由 M_0 减小 M_1 至 M_2，则系统的状态值相应衰减为衰灭终值 $S^{/}$。

设定系统状态范围在 $S^{/}$ 至 S_0 之间。

当系统单位时间输入量减小，系统状态由 S_0 衰减至 $S^{/}$ 或者尚未未到 $S^{/}$ 的设定状态时，通过信息反馈，增大系统的单位时间输入量，提高系统的状态值。

在稳定控制的情况下，系统单位时间的输入量由 M_2 增大 M_1 恢复到 M_0，使系统状态恢复到 S_0，当系统状态达到 S_0，通过信息反馈，减小单位时间系统的输入量，使系统状态再次进入衰减的过程。通过反复控制，系统状态则维持在设定状态范围。

若系统出现单位时间输入量大于 M_0 的情况，通过数据计算分析，采取停止输入或者减少单位时间输入量的方式，使系统恢复到设定衰灭初值 S_0。

在系统出现衰减，需要增大单位时间系统输入量恢复系统状态时，单位时间输入量可以等于 M_0 也大于 M_0，若单位时间输入量大于 M_0，则需要通过计算，控制系统衰减时间、反馈信息等内容，使系统状态处于设定范围内。

4.3.3　初态–终态衰灭平衡方程的分析

当单位时间输入量恒定，系统的边界条件变化，对系统状态产生影响，系统衰灭初状态与衰灭终状态有平衡关系，即：

$$O \cdot v = O^{/} \cdot v^{/} = M_0^{-} \tag{20}$$

系统输入恒定时，系统原有状态满足 $M_0^{-} = O \cdot v$，在边界条件变化的情况下，若终状态不能满足 $M_0^{-} = O^{/} \cdot v^{/}$，则式（20）不成立，那么，系统衰灭终状态有两个演变的趋势。

若单位时间的系统输入恒定为 M_0^{-}，则系统的边界条件进一步调整，衡敛值 $O^{/}$ 与单位时间的衰减速率 $v^{/}$ 调整，由于系统由不同的边界条件，系统衡敛值的单位时间衰减速率由多个因素影响，因此对边界条件的调整包括了单一边界条件改变或者多边界条件改变的情况。边界条件调整的结果直至系统衰灭终值的衡敛值 $O^{/}$ 与单位时间的衰减速率 $v^{/}$ 变化调整为满足 $M_0^{-} = O^{/} \cdot v^{/}$，此时状态演变是通过改变边界条件来完成。

在边界条件变化的情况下，若终状态不能满足 $M_0^{-} = O^{/} \cdot v^{/}$，则系统输入与系统边界条件相互作用，系统衰灭终值的衡敛值、衰减速率及系统的单位时间输入相互作用的结果，促使系统单位时间的输入值 M_0^{-} 变化，调整为输入量 M_z^{-}，并直至满足 $M_z^{-} = O^{/} \cdot v^{/}$，此时的状态演变是通过改变系统输入量来完成。

当系统衰灭初值与衰灭终值之间不能满足方程：$O \cdot v = O^{/} \cdot v^{/} = M_0^{-}$，且系统系统的衰灭初状态与衰灭终状态之间存在：$O^{/} \cdot v^{/} < O \cdot v$，系统衰灭终状态所建立的 $M_z^{-} = O^{/} \cdot v^{/}$ 平衡方程，此时，$M_z^{-} < M_0^{-}$，若系统处在这种 $O^{/} \cdot v^{/}$ 减小且 M_z^{-} 减小的状态，系统此时的状态即处于系统性衰减的状态。

4.3.4　改变边界条件的状态控制

在系统单位时间输入恒定，单一边界条件的量化改变引起

系统状态衰灭，通过边界条件量化恢复来实现系统状态的恢复。

设系统的状态范围在$S^{/}$至S_0之间，系统在状态衰灭初值S_0时的某一边界条件量化值为F_0，当系统边界条件F_0量化改变为$F^{/}$，系统状态发生衰灭，系统状态衰灭终值$S^{/}$。若要使系统工作在$S^{/}$至S_0之间，当系统状态由S_0衰减至$S^{/}$或者尚未未到$S^{/}$的设定状态时，通过信息反馈，改变边界条件$F^{/}$为F_0，则系统状态逐步恢复至S_0，若系统状态需要保持在$S^{/}$至S_0之间的某一状态，则边界条件改变为$F^{/}$与F_0之间的某一量化边界条件值，系统即工作在对应系统状态。

以有机物降解为例，在不同的温度条件下，有机物降解的速率不同，有机物的状态值不同。

4.3.5 边界条件引发的系统湮灭

系统的生成和维持是在一定边界条件的基础上，当系统的某一基础边界条件缺失或破坏，则系统状态成立的条件受到破坏，系统状态湮灭。若在系统湮灭中系统的结构受到破坏，则系统成立的综合边界条件受到影响，即使恢复缺失的边界条件，也不一定能完全恢复原有的系统状态和系统结构。

4.4 有关衰灭状态恢复的示例

衰减与衰灭恢复在自然界中普遍存在，以饮食为例，动物在摄取食物后获得能量，食物中能量的释放是一个能量衰灭的过程，当达到一定的衰减程度，则进行状态反馈，补充输入食物，恢复系统状态。

当系统状态需要维持在一定范围时，若系统输入高于要求状态范围时，通过状态反馈作用，停止系统的输入或增量输入，经过衰灭过程，恢复到要求的状态范围。若系统的状态值低于要求的状态范围，通过状态反馈作用，增大系统的输入量，提高叠加系统的状态值，使系统状态恢复到要求的状态范围，如：汽车的动力输入。

5 结论

文中通过衡敛系统的状态方程，对系统状态的物理衰减湮灭进行建模和分析，得出：

1、 在一定边界条件下，系统的输入停止，系统发生状态衰灭，系统物理衰灭终值的状态方程为：

$$S^{/}=t\cdot M_0^{+}+O_0\cdot\left(1-Sv_n\right)$$

在一定边界条件下，当单位时间系统输入量减小，则系统状态衰减，系统的物理衰灭终值的状态方程为：

$$S_n^{/}=t\cdot M_0^{+}+n\cdot M_2^{+}+O_0\cdot\left(1-Sv_n\right)+\alpha_2\cdot O_2$$

一定条件下，持续性改变系统单位时间输入，则系统状态改变且维持新的系统状态。

2、 衡敛系统中的初态-终态衰灭平衡方程：

$$M_0^{-}=O\cdot v=O^{/}\cdot v^{/}$$

系统的单位时间输入值和边界条件是影响系统状态值及状态平衡的因素，系统单位时间输入量、系统状态衡敛值、系统衰减速率之间相互作用。

3、 系统的状态时滞是指系统输入或边界条件的变化引起系统状态变化，系统的终状态相对滞后。系统状态的时滞时间即是系统状态衰灭时间。

4、 在系统状态发生衰减湮灭变化时，状态控制的方法是针对状态变化方向采取反向操作来改变单位时间系统输入或系统边界条件。

[参考文献]

[1] 秦元勋. 运动稳定性的一般问题讲义[M]. 北京：科学出版社，1958.

[2] 赵峰. 开放系统状态的收敛表达式 [J].软件.2011，32（4）：79-83.

[3] 赵峰. 衡敛系统的性质及其推导[J].软件.2011，32（3）：69-72.

[4] 赵峰. 系统多衰减模式的状态方程[OL]. [2011-8-1]. http://www.paper.edu.cn/index.php/default/releasepaper/325 content/201108-10

[5] 赵峰. 物理稳定性的状态模式[J]. 中国科技论文在线精品论文. 2011,4（15）：1376-1381.

[6] 伊.普利高津. 伊.斯唐热. 从混沌到有序[M].曾庆洪、沈小峰译. 上海：上海译文出版社， 1987

作者简介

作者：赵峰,男,工程师,主要研究领域：系统科学，资源环境。